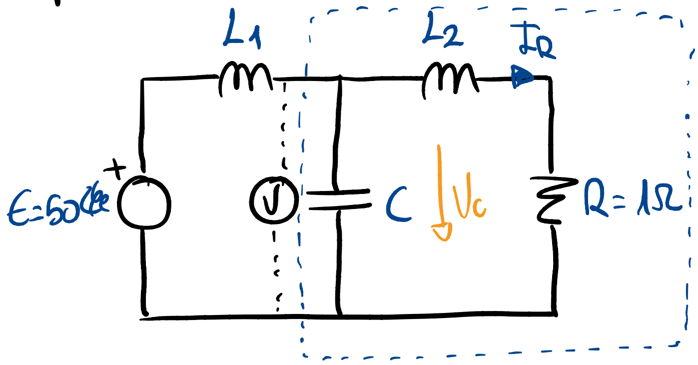
Ejemplo 1



$cos\varphi = 1$

V: 20 V

$P_g = 225$ W

$w = 100\pi$

a) L_2
b) C
c) L_1
d) Q_g

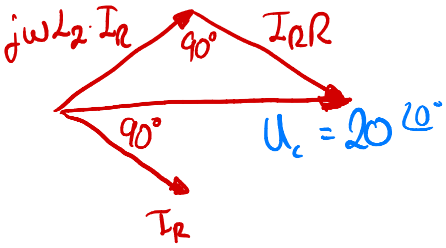
a) L_2

Único elemento que consume potencia activa -> resistencia

$$P_g = I_R^2 R \rightarrow I_R^2 = \frac{P_g}{R} = \frac{225}{1} = 225 \rightarrow I_R = \sqrt{225} = 15\,A$$

carácter inductivo intensidad retrasada con respecto a su tensión

i) Considerando como referencia la tensión U_c
- Intensidad circula por el conjunto L_2-R: I_R tiene que ir retrasada respecto a U_c
- Tensión en la bobina 2 va adelantada 90° respecto a I_R
- Tensión R va en fase con I_R



bobina -> tensión adelantada 90° con respecto a la intensidad
resistencia -> tensión e intensidad en fase

$$U_c = \sqrt{(wL_2 I_R)^2 + (I_R R)^2} \rightarrow L_2 = \sqrt{\left(\frac{U_c}{I_R}\right)^2 - R} \Big/ w = \sqrt{\left(\frac{20}{15}\right)^2 - 1} \Big/ 100\pi = 2.807 \cdot 10^{-3}\,H$$

ii)

$$U_v = \sqrt{(wL_2 I_R)^2 + (I_R R)^2} \rightarrow L_2 = \sqrt{\left(\frac{U_c}{I_R}\right)^2 - R} \Big/ w = \sqrt{\left(\frac{20}{15}\right)^2 - 1} \Big/ 100\pi = 2.807 \cdot 10^{-3}\,H$$

$$Z_2 = jL_2 w = j2.807 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi = j0.8818$$

b) C

Como $\cos\varphi = 1$ en el conjunto $C \parallel L_2 - R$

$$\cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \operatorname{acos} 1 = 0° < \begin{cases} P = S \\ Q = 0 \rightarrow Q_C + Q_{L_2} = 0 \end{cases}$$

$\parallel$ I_T y I_C en fase

$$Q_C = -U_C^2 \omega C = -20^2 \cdot 100\pi \cdot C = -40000\pi C$$

$$Q_{L2} = I_R^2 \omega L = 15^2 \cdot 100\pi \cdot 2.807 \cdot 10^{-3} = 63.1575\pi$$

$Q = -B U^2$

$Q = X I^2$

$$\Rightarrow -40000\cancel{\pi} C + 63.1575\cancel{\pi} = 0 \rightarrow C = \frac{63.1575}{40000} = 1.579 \cdot 10^{-3}\ F$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j100\pi\, 1.579 \cdot 10^{-3}} = -j2.0159$$

d) I_1

$$U^{\angle\alpha_u} = I_R^{\angle\alpha_R} Z \rightarrow I_R^{\angle\alpha_R} = \frac{U^{\angle\alpha_u}}{Z}$$

$$Z = Z_{L2} + R = 1 + j0.8818$$

$$I_R^{\angle\alpha_R} = \frac{20\angle 0}{1 + j0.8818} = \frac{20(1 - j0.8818)}{1 + 0.8818^2} =$$

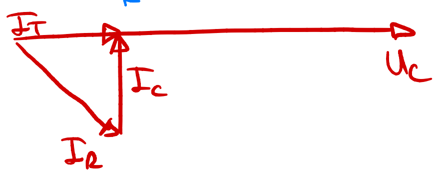
$$= \frac{20 - j17.636}{1.77757} = 11.2513 - j9.9214 = 15^{\angle -41.406°}$$

i) Puesto que $\cos\varphi = 0$, $\varphi = 0°$, por lo tanto:

MAL
- La intensidad I_T y la tensión U_c tienen que estar en fase
- La intensidad I_T tiene que estar adelantada 90° respecto a U_c

Además,

- $I_T = I_C + I_R$



Entonces:

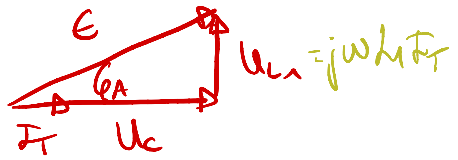
$$I_T = I_R \cos(\alpha_R) = 15\cos(41.406) = 11.2506 \rightarrow I_T^{\angle\alpha_T} = 11.2506\angle 0°$$

La tensión en la bobina 1 (U_{L1})

- Tiene que estar adelantada 90° respecto a la intensidad I_T

Además,

$$U_c + U_{L1} = E$$



bobina tensión adelantada 90° con respecto intensidad

Conociendo el módulo de E y U_c:

$$E^2 = U_c^2 + U_{L1}^2 \rightarrow U_{L1} = \sqrt{E^2 - U_c^2} = \sqrt{50^2 - 20^2} = 45.8258\ V$$

$$\varphi_A = \operatorname{acos}\left(\frac{20}{50}\right) = 66.4218°$$

Entonces

$$U_{L1} = 45.8258 \angle 90°$$

$$U_{L1} = j\,\omega L_1 I_T \rightarrow L_1 = \frac{U_{L1}}{j\omega I_T} = \frac{j\,45.8258}{j\,100\pi \cdot 11.2506} = 12.9653 \cdot 10^{-3}\ F$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = j\,100\pi \cdot 12.9645 \cdot 10^{-3} = j\,4.0729$$

ii) $$U^{\angle \alpha_u} = I_c^{\angle \alpha_c} Z_c \rightarrow I_c^{\angle \alpha_c} = \frac{U^{\angle \alpha_u}}{Z_c} = \frac{20^{\angle 0}}{-j\,2.0159} = \frac{20 \cdot j\,2.0159}{2.0159^2} = j\,9.9211 = 9.9211^{\angle 90°}$$

$$I_T^{\angle \alpha_T} = I_c^{\angle \alpha_c} + I_R^{\angle \alpha_R} = j\,9.9211 + 11.2513 - j\,9.9214 = 11.2513 = 11.2513^{\angle 0°}$$

$$E = \sqrt{(\omega L_1 I_T)^2 + U^2} \rightarrow L_1 = \sqrt{\frac{E^2 - U^2}{\omega^2 I_T^2}} = \sqrt{\frac{50^2 - 20^2}{(100\pi)^2 \cdot 11.2513^2}} = 12.9645 \cdot 10^{-3}\ H$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = j\,100\pi \cdot 12.9645 \cdot 10^{-3} = j\,4.0729$$

d) Q_g

i) a) $Q_g = P_g \, tg\, \varphi_A = 225 \, tg\, 66.4218 = 515.5392$ VAr

b) $S_g = I_T^* E = 11.2513^{\angle 0°} \cdot 50^{\angle 66.4218°} = 562.565^{\angle 66.4218°} = 225.0262 + j\, 515.5993$

$Q_g = 515.5993$ VAR

ii) $E^{\angle \alpha_E} = I_T^{\angle \alpha_T} Z_{L_n} + U_J^{\angle \alpha_U} = 11.2513^{\angle 0°} \cdot 4.0729^{\angle 90°} + 20^{\angle 0°} = 45.8254^{\angle 90°} + 20 =$

$= 20 + j\, 45.8254 = 50^{\angle 66.4217°}$

a) $Q_g = P_g \, tg\, \varphi_A = 225 \, tg\, 66.4217 = 515.5368$ VAr

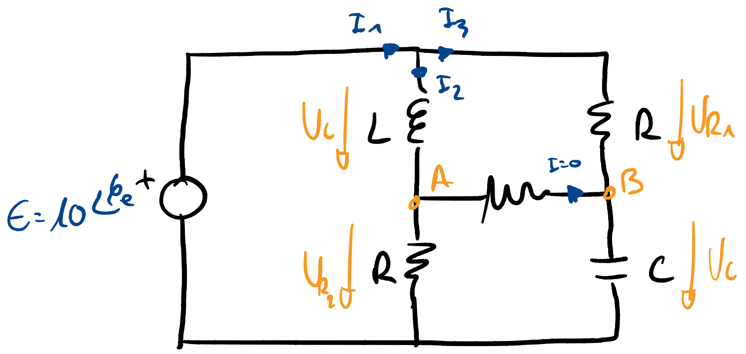
b) $S_g = I_T^* E = 11.2513^{\angle 0°} \cdot 50^{\angle 66.4217°} = 562.565^{\angle 66.4217} = 225.0271 + j\, 515.5989$

$Q_g = 515.5989$ VAR

+ genera

− consume

Ejemplo 2



$\omega = 100\pi$

$P_g = 5W$

$L = \frac{2}{100\pi}$ H

a) R
b) C
c) I_1
d) I_2
e) I_3

Como $I = 0$, la tension en A-B es también nula
- $U_L = U_{R_1}$
- $U_{R_2} = U_C$

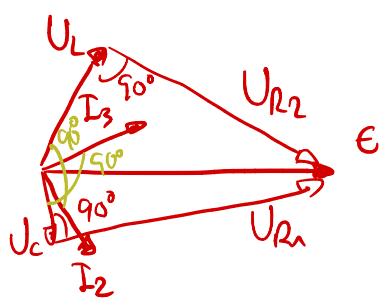
además:
- L en serie con R (R_2)
- C en serie con R (R_1)

Por otro lado
- I_2 es inductiva → retrasada con respecto a E
- I_3 es capacitiva → adelantada con respecto a E

Tomando como referencia de fases E:

Además:
- La tensión U_L está adelantada 90° respecto a I_2
- La tensión U_{R_2} está en fase con I_2
- $E = U_L + U_{R_2}$

- La tensión U_C está retrasada 90° respecto a I_3
- La tensión U_{R_1} está en fase con I_3
- $E = U_C + U_{R_1}$



$Z = R + jB$ (real, react) $Y = G + jB$ (conduct., sustentancia)

a) R

Por otro lado, la potencia activa:

$P = GV^2$

Resistencia para - o sea la caída tensión por R (serie, paralelo)

$\frac{U_R^2}{R}$

$$P_S = P_{R1} + P_{R2} = \frac{U_{R1}^2}{R} + \frac{U_{R2}^2}{R} = 5$$

Siendo $U_{R2} = U_C$

$$5 = \frac{U_{R1}^2}{R} + \frac{U_C^2}{R}$$

$\frac{V_R^2}{R}$

Sabiendo que $\mathcal{E}^2 = U_C^2 + U_{R1}^2 \rightarrow U_C^2 = \mathcal{E}^2 - U_{R1}^2$ se tiene

$$5 = \frac{\cancel{U_{R1}^2}}{R} + \frac{\mathcal{E}^2 - \cancel{U_{R1}^2}}{R} \rightarrow 5 = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \rightarrow R = \frac{\mathcal{E}^2}{5} = \frac{10^2}{5} = 20\,\Omega$$

d) I_2

Para la rama L-R, se tiene:

$$\mathcal{E} = I_2(j\omega L + R) \rightarrow I_2 = \frac{\mathcal{E}}{j\omega L + R} = \frac{\mathcal{E}(R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2} =$$

$$= \frac{10(20 - j100\pi \frac{2}{100\pi})}{20^2 + (100\pi \frac{2}{100\pi})^2} = \frac{10(20 - j2)}{400 + 4} = \frac{200 - j20}{404} = \frac{5}{101}(10 - j)$$

e) I_3

$$U_L = I_2\, j\omega L = \frac{5}{101}(10 - j) \cdot j\, 100\pi \frac{2}{100\pi} = \frac{10}{101}(1 + j10)$$

Puesto que $U_L = U_{R1}$, se tiene:

$$U_{R1} = U_L = I_3 R \rightarrow I_3 = \frac{U_L}{R} = \frac{\frac{10}{101}(1 + j10)}{20} = \frac{1}{202}(1 + j10)$$

b) C

Por otro lado

$$U_{R2} = I_2 R = \frac{5}{101}(10 - j) \cdot 20 = \frac{100}{101}(10 - j)$$

Puesto que $U_{R2} = U_C$, se tiene:

$$U_{R2} = U_C = I_3 Z \rightarrow Z_C = \frac{U_{R2}}{I_3} = \frac{\frac{100}{101}(10 - j)}{\frac{1}{202}(1 + j10)} = \frac{200(10 - j)(1 - j10)}{1^2 + 10^2}$$

$$= \frac{200}{101}(10 - j100 - j - 10) = -j200$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{j\omega Z_C} = \frac{1}{j100\pi(-j200)} = \frac{1}{20000\pi} = 15.915 \cdot 10^{-6}\,F$$

c) I_1

$$I_1 = I_2 + I_3 = \frac{5}{101}(10-j) + \frac{1}{202}(1+j10) = \frac{100 - \cancel{j10} + 1 + \cancel{j10}}{202} = \frac{1}{2}$$